**1.** Най­ди­те угол  *ABC*  рав­но­бед­рен­ной тра­пе­ции  *ABCD*, если диа­го­наль  *AC*  об­ра­зу­ет с ос­но­ва­ни­ем  *AD* и бо­ко­вой сто­ро­ной  *CD*  углы, рав­ные 30° и 80° со­от­вет­ствен­но.

**Ре­ше­ние.**

Сумма углов тре­уголь­ни­ка *ACD* равна 180°, по­это­му . Так как ос­но­ва­ния тра­пе­ции па­рал­лель­ны, углы *CAD* и *BCA* равны как на­крес­тле­жа­щие. Так как тра­пе­ция рав­но­бед­рен­ная, сумма её про­ти­во­по­лож­ных углов равна 180°, по­это­му .

Ответ: 110.

Ответ: 110

311455

110

Источник: ГИА-2013. Математика. Экзамен. Ва­ри­ант 1

**2**В тре­уголь­ни­ке *ABC* угол *C* равен 90°, *BC* = 6, sin *A* = 0,3. Най­ди­те *AB*.

**Ре­ше­ние.**

Синус угла равен от­но­ше­нию про­ти­во­ле­жа­ще­го ка­те­та *ВС* к ги­по­те­ну­зе *АВ*. По­это­му:



Ответ: 20.

Ответ: 20

340838

20

Источник: СтатГрад: Тре­ни­ро­воч­ная ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 26.11.2014 ва­ри­ант МА90201.

**3.** Сто­ро­на *AC* тре­уголь­ни­ка *ABC* про­хо­дит через центр опи­сан­ной около него окруж­но­сти. Най­ди­те ∠*C*, если ∠*A* = 75°. Ответ дайте в гра­ду­сах.

**Ре­ше­ние.**

Угол — впи­сан­ный, опи­ра­ю­щий­ся на диа­метр, по­это­му он равен 90°. Сумма углов в тре­уголь­ни­ке равна 180°, сле­до­ва­тель­но, 

Ответ: 15.

Ответ: 15

339503

15

**4 .**В угол *C* ве­ли­чи­ной 83° впи­са­на окруж­ность, ко­то­рая ка­са­ет­ся сто­рон угла в точ­ках *A* и *B*. Най­ди­те угол *AOB*. Ответ дайте в гра­ду­сах.

**Ре­ше­ние.**

Ра­ди­ус окруж­но­сти пер­пен­ди­ку­ля­рен ка­са­тель­ной в точке ка­са­ния, по­это­му углы *CAO* и *OBC* равны 90°. Сумма углов четырёхуголь­ни­ка равна 360°, от­ку­да:

∠*AOB* = 360° −∠*CAO* − ∠*OBC* − ∠*ACB* = 360° − 90° − 90° − 83° = 97°.

Ответ: 97.

Ответ: 97

340229

97

**5.** Точки *A* и *B* делят окруж­ность на две дуги, длины ко­то­рых от­но­сят­ся как 9:11. Най­ди­те ве­ли­чи­ну цен­траль­но­го угла, опи­ра­ю­ще­го­ся на мень­шую из дуг. Ответ дайте в гра­ду­сах.

**Ре­ше­ние.**

Дуги окруж­но­сти от­но­сят­ся как 9:11, что в сумме дает 20 ча­стей. По­это­му длина мень­шей дуги со­став­ля­ет от всей окруж­но­сти, тем самым, она равна  . Так как угол *AOB* — цен­траль­ный, то он равен той дуге на ко­то­рую он опи­ра­ет­ся. Таким об­ра­зом, .

Ответ: 162.

Ответ: 162

311483

162

Источник: ГИА-2013. Математика. Тре­ни­ро­воч­ная работа № 4.(1 вар.)

**6.** На от­рез­ке *AB* вы­бра­на точка *C* так, что *AC* = 75 и *BC* = 10. По­стро­е­на окруж­ность с цен­тром *A*, про­хо­дя­щая через *C*. Най­ди­те длину от­рез­ка ка­са­тель­ной, про­ведённой из точки *B* к этой окруж­но­сти.

**Ре­ше­ние.**

Про­ведём ра­ди­ус в точку ка­са­ния. Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка по тео­ре­ме Пи­фа­го­ра найдём 



Ответ: 40.

Ответ: 40

340174

40

**7.** В тре­уголь­ни­ке одна из сто­рон равна 10, дру­гая равна , а угол между ними равен 45°. Най­ди­те пло­щадь тре­уголь­ни­ка.

**Ре­ше­ние.**

Пло­щадь тре­уголь­ни­ка равна по­ло­ви­не про­из­ве­де­ния сто­рон на синус угла между ними. Имеем:



Ответ: 50.

Ответ: 50

169855

50

**8.** Из квад­ра­та вы­ре­за­ли пря­мо­уголь­ник (см. ри­су­нок). Най­ди­те пло­щадь по­лу­чив­шей­ся фи­гу­ры.

**Ре­ше­ние.**

Пло­щадь по­лу­чив­шей­ся фи­гу­ры равна раз­но­сти пло­ща­дей квад­ра­та и пря­мо­уголь­ни­ка: 6 · 6 − 4 · 2 = 28.

Ответ: 28.

Ответ: 28

322861

28

**9.** В ромбе сто­ро­на равна 10, одна из диа­го­на­лей — , а угол, из ко­то­ро­го вы­хо­дит эта диа­го­наль, равен 45°. Най­ди­те пло­щадь ромба, *де­лен­ную на *

**Ре­ше­ние.**

Пло­щадь ромба равна про­из­ве­де­нию сто­рон на синус угла между ними:



Ответ:50.

----------

В от­кры­том банке ир­ра­ци­о­наль­ный ответ.

Ответ: 50

169909

50

**10.** Най­ди­те пло­щадь тра­пе­ции, изоб­ражённой на ри­сун­ке.

**Ре­ше­ние.**

Пло­щадь тра­пе­ции равна про­из­ве­де­нию по­лу­сум­мы ос­но­ва­ний на вы­со­ту:



Ответ: 42.

Ответ: 42

340841

42

Источник: СтатГрад: Тре­ни­ро­воч­ная ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 26.11.2014 ва­ри­ант МА90201.

**11.** На клет­ча­той бу­ма­ге с раз­ме­ром клет­ки 1см x 1см от­ме­че­ны точки *А*, *В* и *С*. Най­ди­те рас­сто­я­ние от точки *А* до се­ре­ди­ны от­рез­ка *ВС*. Ответ вы­ра­зи­те в сан­ти­мет­рах.

**Ре­ше­ние.**

Рас­сто­я­ние от точки *А* до се­ре­ди­ны от­рез­ка *ВС* равно пяти сто­ро­нам клет­ки, или 5 см.

Ответ: 5.

Ответ: 5

311850

5

Источник: МИОО: Ди­а­гно­сти­че­ская ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 01.10.2013 ва­ри­ант МА90106.

**12.** На ри­сун­ке изоб­ра­жен ромб . Ис­поль­зуя ри­су­нок, най­ди­те .

**Ре­ше­ние.**

Тан­генс угла в пря­мо­уголь­ном тре­уголь­ни­ке — от­но­ше­ние про­ти­во­ле­жа­ще­го ка­те­та к при­ле­жа­ще­му. Тре­уголь­ник *OBC* — пря­мо­уголь­ный, по­это­му .

Ответ: 0,75.

Ответ: 0,75

311333

0,75

Источник: 9 класс. Математика. Кра­е­вая диагностическая работа. Крас­но­дар (вар. 2)

**13.** Какие из сле­ду­ю­щих утвер­жде­ний верны?

1) Если при пе­ре­се­че­нии двух пря­мых тре­тьей пря­мой внут­рен­ние на­крест ле­жа­щие углы со­став­ля­ют в сумме 90°, то эти две пря­мые па­рал­лель­ны.

2) Если угол равен 60°, то смеж­ный с ним равен 120°.

3) Если при пе­ре­се­че­нии двух пря­мых тре­тьей пря­мой внут­рен­ние од­но­сто­рон­ние углы равны 70° и 110°, то эти две пря­мые па­рал­лель­ны.

4) Через любые три точки про­хо­дит не более одной пря­мой.

*Если утвер­жде­ний не­сколь­ко, за­пи­ши­те их через точку с за­пя­той в по­ряд­ке воз­рас­та­ния.*

**Ре­ше­ние.**

Про­ве­рим каж­дое из утвер­жде­ний.

1) «Если при пе­ре­се­че­нии двух пря­мых тре­тьей пря­мой внут­рен­ние на­крест ле­жа­щие углы со­став­ля­ют в сумме 90°, то эти две пря­мые па­рал­лель­ны.» — *не­вер­но*, если при пе­ре­се­че­нии двух пря­мых тре­тьей пря­мой внут­рен­ние од­но­сто­рон­ние углы со­став­ля­ют в сумме 180°, то эти две пря­мые па­рал­лель­ны.

2) «Если угол равен 60°, то смеж­ный с ним равен 120°.» — *верно*, сумма смеж­ных углов равна 180°.

3) «Если при пе­ре­се­че­нии двух пря­мых тре­тьей пря­мой внут­рен­ние од­но­сто­рон­ние углы равны 70° и 110°, то эти две пря­мые па­рал­лель­ны.» — *верно*, если при пе­ре­се­че­нии двух пря­мых тре­тьей пря­мой внут­рен­ние од­но­сто­рон­ние углы со­став­ля­ют в сумме 180°, то эти две пря­мые па­рал­лель­ны.

4) «Через любые три точки про­хо­дит не более одной пря­мой.» — *верно*, через три точки либо нель­зя про­ве­сти пря­мую, если они не лежат на одной линии, либо можно, но толь­ко одну.

Ответ: 2; 3; 4.

Ответ: 2;3;4

169917

2;3;4

**14.** Какое из сле­ду­ю­щих утвер­жде­ний верно?

1) Все рав­но­бед­рен­ные тре­уголь­ни­ки по­доб­ны.

2) Су­ще­ству­ет пря­мо­уголь­ник, диа­го­на­ли ко­то­ро­го вза­им­но пер­пен­ди­ку­ляр­ны.

3) Сумма углов пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка равна 90 гра­ду­сам.

**Ре­ше­ние.**

Про­ве­рим каж­дое из утвер­жде­ний.

1) «Все рав­но­бед­рен­ные тре­уголь­ни­ки по­доб­ны.» — *не­вер­но*, не все рав­но­бед­рен­ные тре­уголь­ни­ки по­доб­ны.

2) «Су­ще­ству­ет пря­мо­уголь­ник, диа­го­на­ли ко­то­ро­го вза­им­но пер­пен­ди­ку­ляр­ны.» — *верно*, такой пря­мо­уголь­ник — это квад­рат.

3) «Сумма углов пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка равна 90 гра­ду­сам.» — *не­вер­но*, сумма ост­рых углов пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка равна 90 гра­ду­сам.

Ответ: 2.

Ответ: 2

341119

2

Источник: СтатГрад: Ди­а­гно­сти­че­ская ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 10.02.2015 ва­ри­ант МА90501.

**15.** Какие из сле­ду­ю­щих утвер­жде­ний верны?

1) Пло­щадь тре­уголь­ни­ка мень­ше про­из­ве­де­ния двух его сто­рон.

2) Сред­няя линия тра­пе­ции равна сумме её ос­но­ва­ний.

3) Если два угла од­но­го тре­уголь­ни­ка равны двум углам дру­го­го тре­уголь­ни­ка, то такие тре­уголь­ни­ки по­доб­ны.

*Если утвер­жде­ний не­сколь­ко, за­пи­ши­те их через точку с за­пя­той в по­ряд­ке воз­рас­та­ния.*

**Ре­ше­ние.**

Про­ве­рим каж­дое из утвер­жде­ний.

1) «Пло­щадь тре­уголь­ни­ка мень­ше про­из­ве­де­ния двух его сто­рон» — *верно*, так как пло­щадь тре­уголь­ни­ка равна где \alpha — угол между сто­ро­на­ми и тре­уголь­ни­ка. Синус угла все­гда мень­ше еди­ни­цы, по­это­му пло­щадь тре­уголь­ни­ка мень­ше про­из­ве­де­ния двух его сто­рон.

2) «Сред­няя линия тра­пе­ции равна сумме её ос­но­ва­ний» — *не­вер­но*, сред­няя линия тра­пе­ции равна по­лу­сум­ме его­ос­но­ва­ний.

3) «Если два угла од­но­го тре­уголь­ни­ка равны двум углам дру­го­го тре­уголь­ни­ка, то такие тре­уголь­ни­ки по­доб­ны» — *верно*, по при­зна­ку по­до­бия тре­уголь­ни­ков.

Ответ: 1; 3.

Ответ: 1;3

333120

1;3

Источник: МИОО: Ди­а­гно­сти­че­ская ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 17.04.2014 ва­ри­ант МА90605

**16.** Сто­ро­на ромба равна 60, а ост­рый угол равен 60° . Вы­со­та ромба, опу­щен­ная из вер­ши­ны ту­по­го угла, делит сто­ро­ну на два от­рез­ка. Ка­ко­вы длины этих от­рез­ков?

**Ре­ше­ние.**

Введём обо­зна­че­ния, как по­ка­за­но на ри­сун­ке. Тре­уголь­ник *ABH* — пря­мо­уголь­ный, в нём угол *A* равен 60°. Тогда от­ре­зок *AH* можно найти по фор­му­ле:



Найдём от­ре­зок *HD*:



Ответ: 30.

Источник: Банк за­да­ний ФИПИ

**17.** Най­ди­те угол *АСО*, если его сто­ро­на *СА* ка­са­ет­ся окруж­но­сти, *О* — центр окруж­но­сти, а дуга *AD* окруж­но­сти, за­ключённая внут­ри этого угла, равна 130°.

**Ре­ше­ние.**



Про­ведём ра­ди­ус в точку ка­са­ния. Так как — ра­ди­ус, а — ка­са­тель­ная, то Угол — цен­траль­ный, сле­до­ва­тель­но он равен ве­ли­чи­не дуги, на ко­то­рую опи­ра­ет­ся, Угол — развёрну­тый, сле­до­ва­тель­но 

Из тре­уголь­ни­ка 

Ответ: 40°.

Источник: Банк за­да­ний ФИПИ

**18.** Ос­но­ва­ния рав­но­бед­рен­ной тра­пе­ции равны 8 и 18, а пе­ри­метр равен 56.

Най­ди­те пло­щадь тра­пе­ции.

**Ре­ше­ние.**



Тра­пе­ция рав­но­бед­рен­ная, зна­чит,

и 

Тогда,



Ответ: 

**19.** Из­вест­но, что около четырёхуголь­ни­ка *ABCD* можно опи­сать окруж­ность и что про­дол­же­ния сто­рон *AB* и *CD* четырёхуголь­ни­ка пе­ре­се­ка­ют­ся в точке *M*. До­ка­жи­те, что тре­уголь­ни­ки *MBC* и *MDA* по­доб­ны.

**Ре­ше­ние.**

По­сколь­ку четырёхуголь­ник *ABCD* впи­сан­ный, сумма углов *BAD* и *BCD* равна 180°.

Сле­до­ва­тель­но,

∠*MCB* = 180° − ∠*BCD* = ∠*BAD*.

По­лу­ча­ем, что в тре­уголь­ни­ках *MBC* и *MDA* углы *MCB* и *MAD* равны, угол *M* общий, сле­до­ва­тель­но, эти тре­уголь­ни­ки по­доб­ны.

Источник: МИОО: Тре­ни­ро­воч­ная ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 06.05.2014 ва­ри­ант МА90701.

**20.** Через точку *O* пе­ре­се­че­ния диа­го­на­лей па­рал­ле­ло­грам­ма *ABCD* про­ве­де­на пря­мая, пе­ре­се­ка­ю­щая сто­ро­ны *AB* и *CD* в точ­ках *P* и *T* со­от­вет­ствен­но. До­ка­жи­те, что *BP* = *DT*.

**Ре­ше­ние.**

Про­ведём через точку пря­мую пер­пен­ди­ку­ляр­ную сто­ро­не По­сколь­ку сто­ро­ны и па­рал­лель­ны, также пер­пен­ди­ку­ляр­но и сто­ро­не Диа­го­на­ли па­рал­ле­ло­грам­ма точ­кой пе­ре­се­че­ния де­лят­ся по­по­лам. Рас­смот­рим тре­уголь­ни­ки и равно , равно углы и равны как вер­ти­каль­ные, сле­до­ва­тель­но, тре­уголь­ни­ки равны. По­это­му равны их со­от­вет­ству­ю­щие эле­мен­ты, то есть Рас­смот­рим тре­уголь­ни­ки и они пря­мо­уголь­ные, равно углы и равны как вер­ти­каль­ные, сле­до­ва­тель­но, тре­уголь­ни­ки равны, по­это­му равно Рас­смот­рим тре­уголь­ни­ки и равно равно углы и равны как вер­ти­каль­ные.

**21.** 

В па­рал­ле­ло­грам­ме *АВСD* про­ве­де­ны пер­пен­ди­ку­ля­ры *ВЕ* и *DF* к диа­го­на­ли *АС* (см. ри­су­нок). До­ка­жи­те, что от­рез­ки *ВF* и *DЕ* па­рал­лель­ны.