**Демоверсия работы по математике для поступающих в 10 класс**

**Работа выполняется после прохождения вступительного теста**

**Время выполнения 120 минут**

1. **Сократите дробь:**

$$\frac{y^{2}-7y+6}{3y-3}$$

1. **Решите уравнения:**

a)$5y^{4}+9y^{2}-2=0$

б)$(x^{2}+x-3)∙\left(x^{2}+x-8\right)=36$

1. **Решите неравенство методом интервалов:**

$$\frac{3x^{2}-20x-7}{x^{2}-16x+63}\leq 0$$

1. **Решите систему уравнений:**

$$ \left\{\begin{array}{c}x+2y=7\\2y^{2}+xy=14\end{array}\right.$$

1. Сумма первых восьми членов геометрической прогрессии $\left(b\_{n}\right) равна \frac{5}{32}$, знаменатель равен -0,5. Найдите $b\_{1}$
2. Длина диагонали прямоугольника равна 25 см, а его площадь равна 300 см2. Найдите стороны прямоугольника
3. Найдите площадь круга, вписанного в ромб с диагоналями, равными 16 см и 30 см.
4. Найдите длину медианы *BM* треугольника АВС, если координаты вершин треугольника *A(2,5), B(0,0), C(4,3)*.
5. В параллелограмме *ABCD* даны стороны $AB=4 см, AD=5\sqrt{2 } см, ∠A=45°$. Найдите диагонали параллелограмма и его площадь.

Поступление в 10 класс

**Образец оформления работы**

1. **Сократите дробь:**

$$\frac{y^{2}-7y+6}{3y-3}=\frac{(y-6)(y-1)}{3(y-1)}=\frac{y-6}{3}$$

$$\left.\genfrac{}{}{0pt}{}{Д=b^{2}-4ac }{y\_{1,2}=\frac{-b\pm \sqrt{Д}}{2а}} \right| \genfrac{}{}{0pt}{}{y^{2}-7y+6=0}{Д=49-4∙6=25} y\_{1}=\frac{7+5}{2}=6, y\_{2}=\frac{7-5}{2}=1$$

1. **Решите уравнения:**

a)$5y^{4}+9y^{2}-2=0$

Замена: $y^{2}=t, t\geq 0$

$$ 5t^{2}+9t-2=0 $$

$$ Д=81+4∙5∙2=121 $$

$$ t\_{1}=\frac{-9+11}{2∙5}=0,2 t\_{2}=\frac{-9-11}{2∙5}=-2, не подходит по условию t>0 $$

$$обратная замена:t=0,2, значит y^{2}=0,2$$

$$\left|\genfrac{}{}{0pt}{}{y=\frac{1}{\sqrt{5}}}{y=-\frac{1}{\sqrt{5}}}\right.$$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{5}};-\frac{1}{\sqrt{5}}$

б)$(x^{2}+x-3)∙\left(x^{2}+x-8\right)=36$

Замена: $x^{2}+x=t $

$$ \left(t-3\right)\left(t-8\right)-36=0 $$

$$ t^{2}-11t+24-36=0$$

$$ t^{2}-11t-12=0 $$

$$ Д=11^{2}-4∙\left(-12\right)=121+48=169 t\_{1}=\frac{11+13}{2}=12 t\_{2}=\frac{11-13}{2}=-1$$

$$обратная замена:$$

$$1) x^{2}+x=12 x^{2}+x-12=0 $$

$$ Д=1+4∙12=49$$

$$ x\_{1}=\frac{-1+7}{2}=3 x\_{2}=\frac{-1-7}{2}=-4$$

2) $x^{2}+x=-1 x^{2}+x+1=0 Д=1-4∙1<0 корней нет $

Ответ: -4,3

1. **Решите неравенство методом интервалов:**

$$\frac{3x^{2}-20x-7}{x^{2}-16x+63}\leq 0$$

Нули числителя: $3x^{2}-20x-7=0 $

$$Д=400+4∙3∙7=484$$

$$x\_{1}=\frac{20+22}{6}=7 x\_{2}=\frac{20-22}{6}=-\frac{1}{3}$$

Не нули знаменателя:

$$x^{2}-16x+63=0$$

$$Д=256-4∙63=4$$

$$x\_{1}=\frac{16+2}{2}=9 x\_{2}=\frac{16-2}{2}=7$$

$$\frac{3(x-7)(x+\frac{1}{3})}{(x-9)(x-7)}\leq 0$$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **+** | **-** | **-** | **+** |
|  $-\frac{1}{3}$ |  7 |  9  |  |

$$x\in \left[-\frac{1}{3},7\right.)∪(7,9)$$

Ответ: $\left[-\frac{1}{3},7\right.)∪(7,9)$

1. **Решите систему уравнений:**

$$\left\{\begin{array}{c}x+2y=7\\2y^{2}+xy=14\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}x=7-2y\\2y^{2}+\left(7-2y\right)∙y=14\end{array}\right.$$

$$2y^{2}+7y-2y^{2}=14$$

$$7y=14$$

$$y=2 \left\{\begin{array}{c}x=7-2∙2\\y=2\end{array}\right. ; \left\{\begin{array}{c}x=3\\y=2\end{array}\right.$$

Ответ: (3,2)

1. Сумма первых восьми членов геометрической прогрессии $\left(b\_{n}\right) равна \frac{5}{32}$, знаменатель равен -0,5. Найдите $b\_{1}$

$$S\_{8}=\frac{5}{32} ;q=-0,5 $$

$$ S\_{n}=\frac{b\_{1}\left(q^{n}-1\right)}{q-1} $$

$$ S\_{n}=\frac{b\_{1}\left(\left(-0,5\right)^{8}-1\right)}{-1,5} $$

$$ \frac{5}{32}=\frac{b\_{1}\left(\frac{1}{256}-1\right)}{-1,5} $$

$$ \frac{5}{32}=\frac{-\frac{255}{256} b\_{1}}{-\frac{3}{2}} b\_{1}=\frac{5∙128}{32∙85}=\frac{4}{17}$$

*Ответ:* $\frac{4}{17}$

1. Длина диагонали прямоугольника равна 25 см, а его площадь равна 300 см2. Найдите стороны прямоугольника

$$ABCD-прямоугольник $$

$$ AB=x см $$

$$BC=y см $$

$$AC=25см $$

$$S=300см ^{2}$$

$$Найти:AB, BC$$

$$\left\{\begin{array}{c}AC^{2}=AB^{2}+BC^{2}\\AB∙BC=S\end{array}\right. $$

$$ \left\{\begin{array}{c}x^{2}+y^{2}=25^{2}\\x∙y=300\end{array}\right. x,y>0 $$

$$ \left\{\begin{array}{c}x^{2}+y^{2}=25^{2}\\2∙x∙y=600\end{array}\right.$$

$$x^{2}+2xy+y^{2}=625+600 $$

$$ \left(x+y\right)^{2}=1225 $$

$$ \left\{\begin{array}{c}x+y=35\\x+y=-35\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}x+y=35\\x∙y=300\end{array} или \left\{\begin{array}{c}x+y=-35\\x∙y=300\end{array}\right.\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}x=35-y\\\left(35-y\right)∙y=300\end{array} \genfrac{}{}{0pt}{}{x=-35-y}{-35y-y^{2}-300=0}\right.$$

$$-y^{2}+35y-300=0 y^{2}+35y+300=0 $$

$$y^{2}-35y+300=0 Д=1225-1200=25 $$

$$Д=1225-1200=25$$

$$y\_{1}=\frac{35-5}{2}=15 y\_{1}=\frac{-35-5}{2}=-20$$

$$y\_{2}=\frac{35+5}{2}=20 y\_{2}=\frac{-35+5}{2}=-15$$

$$\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{\left\{\begin{array}{c}x=35-15\\y=15\end{array}\right.}{\left\{\begin{array}{c}x=35-20\\y=20\end{array}\right.}\right. ;\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{\left\{\begin{array}{c}x=20\\y=15\end{array}\right.}{\left\{\begin{array}{c}x=15\\y=20\end{array}\right.}\right. не подходят по смыслу задачи$$

Ответ: 20 см, 15 см.

1. Найдите площадь круга, вписанного в ромб с диагоналями, равными 16 см и 30 см.

Дано:

$$ABCD-ромб $$

$$ AC=16см $$

$$BD=30см$$

Найти: *S* круга вписанного в ромб



1) AC- перпендикулярно BD (свойство диагоналей ромба)

2) $∆BOC-прямоугольный $

$$3) OH-радиус ∆BOC OH перпендик BC \left(свойство касательн\right) $$

$$4) OH-высота ∆BOC $$

$$5) по теореме пифагора$$

$$BC^{2}=BO^{2}+OC^{2}, BO=\frac{1}{2}BD, OC=\frac{1}{2}AC \left(свойство диагоналей ромба\right)$$

$$BC^{2}=8^{2}+15^{2} $$

$$BC=\sqrt{64+225}=\sqrt{289}=17$$

6) $OH=\frac{BO∙OC}{BC}$

$$OH=\frac{8∙15}{17}=\frac{120}{7} OH=R$$

7) $S\_{круга}=πr^{2} S\_{круга}=(\frac{120}{17})^{2}π=\frac{14400}{289}π=49\frac{239}{289}π (см^{2})$

Ответ: $49\frac{239}{289}π (см^{2})$

1. Найдите длину медианы *BM* треугольника АВС, если координаты вершин треугольника *A(2,5), B(0,0), C(4,3)*.

Дано:

$$∆ABC $$

*A(2,5) B(0,0) C(4,3)*

Найти: $\left|BM\right| BM медиана ∆ABC $

Решение:

1) *М* середина *АС*

$x\_{M}=\frac{2+4}{2}=3 $$ y\_{M}=\frac{5+3}{2}=4$

*M*(3,4)*,* $\overbar{BM} (3,4)$

2) $\left|BM\right|=\sqrt{x^{2}+y^{2}} \left|BM\right|=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5 (см)$

Ответ: 5 см

1. В параллелограмме *ABCD* даны стороны $AB=4 см, AD=5\sqrt{2 } см, ∠A=45°$. Найдите диагонали параллелограмма и его площадь.

Дано: *ABCD –*параллелограмм$ $

$$AB=4 см$$

$$ AD=5\sqrt{2 } см,$$

$ ∠A=45°$.

Найти: *BD, AC,*$S\_{пар}$



Решение:

1) $∠A+∠B=180^{°}$ (свойство внутренних односторонних углов при параллельных прямых *BC, AD* и секущей *AB)*

$$2)∠B=180°-45°=135°$$

$$3) BD-диагональ по теореме конусов $$

$$BD^{2}=AB^{2}+AD^{2}-2∙AB∙ AD∙\cos(∠A) $$

$$ BD^{2}=4^{2}+\left(5\sqrt{2}\right)^{2}-2∙4∙ 5\sqrt{2}∙\cos(45°) $$

$$BD^{2}=16+50-8∙5\sqrt{2}∙\frac{\sqrt{2}}{2} $$

$$ BD^{2}=66-40=26$$

$$ BD=\sqrt{26 } см$$

4) $AC^{2}=AB^{2}+BC^{2}-2∙AB∙ BC∙\cos(∠B )$

$$AC^{2}=4^{2}+\left(5\sqrt{2}\right)^{2}-2∙4∙ 5\sqrt{2}∙\cos(∠135° )$$

$$\cos(135°=\cos(())90°+45°)=-\sin(45°=-\frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$AC^{2}=16+50-40\sqrt{2}∙\frac{\sqrt{2}}{2}=106$$

$$AC=\sqrt{106}$$

5) $S\_{пар}=AB∙AD∙\sin(∠A)$

$$S\_{пар}=4∙5\sqrt{2}∙\frac{\sqrt{2}}{2}=20 см^{2}$$

Ответ: $BD=\sqrt{26 } см, A C=\sqrt{106}см, S\_{пар}=20 см^{2}$

**Критерии оценивании вступительного экзамена по математике**

**1 задание:** Сокращение дроби.

1 балл: числитель разложен на множители, в знаменателе вынесен общий множитель, выполнено верное сокращение дроби;

0 баллов: дробь сокращена неверно

**2 задание:** Решение уравнений.

2 балла: оба уравнения решено верно;

1 балл: верно решено одно из уравнений;

0 баллов: оба уравнения решены неверно

**3 задание:** Решение неравенства методом интервалов.

1 балл: использован метод интервалов, неравенство решено верно;

0 баллов: неравенство решено без использования метода интервалов или неравенство решено не верно

**4 задание:** Решение системы уравнений.

1 балл: система решена верно, найдены обе переменные;

0 баллов: найдена только одна переменная или система решена неверно

**5 задание:** Задача на применение свойств арифметической или геометрической прогрессии.

1 балл: задача решена верно с использованием соответствующей формулы;

0 баллов: задача решена неверно

**6 задание:** Задача на составление системы уравнений.

2 балла: верно составлена математическая модель, система уравнений, найдены обе стороны прямоугольника;

1 балл: система уравнений составлена верно, найдены обе стороны прямоугольника, не составлена математическая модель

0 баллов: задача решена неверно

**7 задание:** Нахождение площади круга, вписанного в круг .

2 балла: задача решена верно, все действия логически обоснованы ;

1 балл: задача решена верно, обоснования являются верными, но не полными

0 баллов: задача решена неверно

**8 задание:** Задача по теме «Метод координат» .

1 балл: задача решена верно, применены формулы для нахождения середины отрезка, длины отрезка

0 баллов: допущена арифметическая ошибка или задача решена неверно

**9 задание:** Задача на нахождение теоремы косинусов (синусом), площади параллелограмма.

2 балла: задача решена верно, все действия логически обоснованы ;

1 балл: задача решена верно обоснования являются верными, но неполными или верно найдены две величины из трех;

0 баллов: задача решена неверно

Максимальное количество набранных баллов - 13 баллов

**Пересчет баллов в 5- бальную систему**

Перевод в 5 – бальную шкалу

«5» - 11-13 баллов;

«4» - 9-10 баллов;

«3» - 6-8 баллов;

«2» - менее 6 баллов.