**Задание по игровым моделям на урок 10.12**

*Те, кто еще не решил, решают задания на отработку материала с уроков 7.12:*

Задача 1 (с одной кучей камней)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче в **три** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 37. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 37 или больше камней.

В начальный момент в куче было *S* камней, 1 ≤ *S* ≤ 36.

Будем говорить, что игрок имеет ***выигрышную стратегию***, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1.У кого из игроков есть выигрышная стратегия при *S* = 12?

2. Укажите два таких значения *S*, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть за один ход, но Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

3. Укажите значение *S*, при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть 1-м ходом.

Задача 2 (с двумя кучами камней)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **увеличить количество камней в куче в два раза** или

**увеличить количество камней в куче в три раза.**

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 20 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает

61. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 62 или больше камней.

В начальный момент в куче было *S* камней, 1 ≤ *S* ≤ 61.

Выполните следующие задания.

* **Задание 1.** Назовите все значения *S*, при которых Петя может выиграть первым ходом, причём **у Пети есть ровно один выигрывающий ход**.
* **Задание 2.** Назовите все значения *S*, при которых Ваня может выиграть первым ходом, независимо от того, каким будет первый ход Пети.
* **Задание 3.** Назовите все значения *S*, при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть вторым ходом независимо от того, как будет играть Ваня, причём в начальной позиции **у Пети есть ровно один выигрывающий ход**.

*Дополнительное задание для тех, кто решил предыдущие два задания:*

 Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **убрать** из одной из куч **один** **камень** или **уменьшить** **количество** **камней** **в** **куче** **в** **два** **раза** (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень больше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6,9) можно получить любую из четырёх позиций:(5,9), (3, 9), (6,8), (6, 5).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 40. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 40 или меньше камней.

В начальный момент в первой куче было 20 камней, во второй куче – *S* камней, *S* > 20.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную* *стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Выполните следующие задания. **Задание** **1.**

Назовите все значения *S*, при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание** **2.**

Укажите такое значение *S*, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание** **3.**

Укажите такое значение *S*, при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.